

Correction du DM4

145

1. x appartient à $[0 ; 4]$
2. Aire de $ABM = \frac{AB \times BM}{2} = \frac{6x}{2} = 3x$ donc $f(x) = 3x$
3. a. $DN = 6 - x$
 b. Aire de $ADN = \frac{AD \times DN}{2} = \frac{4(6-x)}{2} = 2(6-x) = 12 - 2x$ donc $g(x) = 12 - 2x$
4. On résout l'équation $f(x) = g(x)$ dans $[0 ; 4]$:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x = 12 - 2x \Leftrightarrow 3x + 2x = 12 \Leftrightarrow 5x = 12 \Leftrightarrow x = 12/5$$

M doit se trouver à 2,4 cm de B sur [BC].

131

A. 1. Aire(AMD) = $\frac{AD \times AM}{2} = \frac{6 \times 2}{2} = 6 \text{ cm}^2$; Aire(MBN) = $\frac{MB \times BN}{2} = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$; Aire(DCN) = $\frac{DC \times CN}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$.

2. L'aire du triangle MND s'obtient en sommant les aires des triangles AMD, MBN et DCN, et en soustrayant le résultat à l'aire du carré ABCD.

Ainsi, Aire(MND) = $(6 \text{ cm})^2 - 6 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 - 12 \text{ cm}^2 = 14 \text{ cm}^2$.

B. 1. Le point M est un point du segment [AB], de longueur 6, donc $AM \leq 6$.

De plus, $AM = x$. Donc $x \in [0 ; 6]$.

2. $CN = CB - BN = 6 - x$.

3. a. Aire(CDN) = $\frac{DC \times CN}{2} = \frac{6 \times (6-x)}{2} = 3 \times (6-x) = -3x + 18$.

b. Aire(AMD) = $\frac{AM \times AD}{2} = \frac{x \times 6}{2} = 3x$

Aire(MBN) = $\frac{MB \times BN}{2} = \frac{(6-x) \times x}{2} = \frac{6x - x^2}{2} = \frac{6x}{2} - \frac{x^2}{2} = -0,5x^2 + 3x$.

c. Aire(MND) = $36 - (-3x + 18) - 3x - (-0,5x^2 + 3x) = 36 + 3x - 18 - 3x + 0,5x^2 - 3x$,

soit Aire(MND) = $0,5x^2 - 3x + 18$.

C. 1. a. On peut utiliser la calculatrice pour dresser le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$f(x)$	18	16,625	15,5	14,625	14	13,625	13,5	13,625	14	14,625	15,5	16,625	18

2. a. L'inéquation $A_{MND} \leq 14 \text{ cm}^2$ est équivalente à $f(x) \leq 14$. Or, les solutions de cette inéquation sont les abscisses des points de la courbe de f qui sont « au-dessous » ou sur la droite d'équation $y = 14$. Graphiquement, l'ensemble solution est l'intervalle $[2 ; 4]$.

b. L'équation $A_{MND} = 17 \text{ cm}^2$ est équivalente à $f(x) = 17$. Or, les solutions de cette inéquation sont les abscisses des points de la courbe de f qui sont sur la droite d'équation $y = 17$. Graphiquement, les solutions de cette équation sont environ 0,35 et 5,65.

b.

